

## ФОРМУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ УЯВЛЕНЬ І РОЗВИТОК ПРОСТОРОВОЇ УЯВИ УЧНІВ

Розвиток уяви в учня відбувається при вивченні всіх предметів. Особливу роль відіграє уява при засвоєнні фізики, астрономії і особливо математики.

Геометрія вивчає просторові форми матеріального світу. Пізнання ж людиною просторових форм предметів можливе лише при наявності в неї добре розвиненої уяви.

У пояснювальній записці до діючої тепер програми з математики говориться, що викладання геометрії має на меті розвинути в учнів просторову уяву систематичним вивченням фігур на площині та у просторі.

Кожна професія вимагає добре розвиненої просторової уяви, яка нам потрібна у щоденному житті. Розглядаючи план колгоспного поля чи найпростішої споруди, вивчаючи будову приладу за рисунком і схемою його дії, роблячи викройку плаття, взуття тощо,— скрізь і всюди ми користуємося просторовою уявою.

У значної кількості учнів дуже слабо розвинена ця психічна функція, через це їм важко буває виконувати різні геометричні побудови при розв'язуванні задач і доведенні теорем; часто школярі не вміють провести всіх висот у трикутнику, особливо прямокутному й тупокутному, не володіють методом геометричних місць. Через неясне уявлення нескінченного числа розв'язків учні недостатньо засвоюють розв'язування неозначених задач з геометрії.

Так, будуючи трикутник за даними основою і бічною стороною, багато учнів не уявляють того, що ця задача матиме безліч розв'язків, бо вершини шуканих трикутників лежатимуть на колі з центром в одному з кінців основи і радіусом, який дорівнює бічній стороні трикутника. Також з великими труднощами діти встановлюють, що розв'язки задачі втрачають смисл, коли дані сторони шуканого трикутника утворюють кут  $180^\circ$ .

У піраміді, в якій одна з бічних граней перпендикулярна до площини основи, а основою є, наприклад, квадрат, учні дуже часто проводять висоту з вершини піраміди в центр основи, тобто поза перпендикулярною гранню. Дехто з учнів не бачить того, що бічна грань правильної піраміди — перпендикулярна до площини, яка проведена через висоту піраміди і її апофему, що лежить у цій грані.

На випускних екзаменах у школі і на прийомних екзаменах у вузах виявляється, що окремі випускники не вміють читати просторових рисунків, не бачать на них окремих площин, мають нечітке уявлення про мимобіжні прями, не можуть знайти на рисунку ліній перетину даних площин, утруднюються в побудові перерізів тіла площиною і т. ін.

Все це свідчить про те, що розвиток просторової уяви учнів є одним із найважливіших завдань середньої школи.

Просторові уявлення становлять особливу групу зорових уявлень, наявність яких в учня дає йому змогу чітко уявляти просторове розміщення фігур, тіл і відтворювати його рисунком, моделлю. Основними умовами формування просторового уявлення є наявність багатого матеріалу для сприймання, що забезпечується широким застосуванням наочності в процесі навчання і виконанням таких робіт, які здійснюються за участю зорових уявлень (виготовлення моделей, рисунків тощо).

Кожне просторове уявлення спирається на зорове відчуття, створене рисунком або моделлю. Отже, завдання формування просторового

уявлення полягає в тому, щоб на основі зорового відчуття і сприймання створювати в уяві учнів відповідні геометричні образи.

Відчуття і сприймання включаються в процес пізнання: сприймаючи, людина мислено порівнює сприйнятий предмет з баченим раніше — уявленим. Виникненню уяви передуює процес нагромадження певного запасу уявлень. Уява доповнює уявлення в тих випадках, коли сприйнятий об'єкт виявляється незакінченим або неправильним. Так, фігура, зображена лише окремими точками, сприймається як цілком завершена.

За допомогою уяви здійснюється аналіз — виділення в цілому образі (фігурі, тілі) окремих елементів (кутів, відрізків), певних відношень між ними, ознак і властивостей предметів або явищ, а також синтез — об'єднання окремих елементів, ознак і властивостей предметів або явищ у нове уявлення. В уяві відбуваються такі зміни образів, як їх злиття, доповнення одного рисами іншого, уподібнення і підкреслення, підсилення або, навпаки, послаблення окремих деталей або всього образу в цілому; контрастні зміни образу, які можуть доходити до протилежних первісному. Отже, уява спирається на конкретні знання.

Формування правильних і ясних просторових уявлень залежить від зорового сприймання просторових форм матеріальних предметів. Тому вчитель мусить бути обізнаним з деякими властивостями ока і особливостями сприймання. Однією з найсерйозніших перешкод при вивченні геометрії є недостатній розвиток в учнів «геометричного зору» — відсутність або недостатність уміння бачити на рисунку всі зображені на ньому деталі, а також так звані геометрично-оптичні ілюзії, викликані особливостями будови ока. Досвід учителів математики показує, що ці перешкоди можна усунути. З перших уроків вивчення систематичного курсу геометрії потрібно розвивати геометричний зір учнів. З цією метою розв'язують такі вправи: 1. Визначити, скільки відрізків на даній прямій (рис. 1).

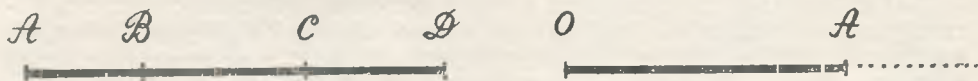


Рис. 1.

Рис. 2.

На даній прямій — шість відрізків, а саме:  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$ ,  $BC$ ,  $BD$ ,  $CD$ . Учні звичайно бачать лише три відрізки, які відразу впадають в око.

В 10 класі така вправа, крім того, може бути прикладом для підрахунку числа комбінацій із  $n$  елементів по 2. Вона розв'язується в загальному вигляді за формулою 
$$N = C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}.$$

Подібні ж вправи можна робити і з іншими геометричними елементами: дугами, кутами та ін.

2. Як можна назвати фігури, зображені на рис. 2?

Відповідь: Промінь  $OA$ , повний або нульовий кут  $AOA$ .

Зміст вправ може бути різноманітний, але мета їх одна — розвинути геометричний зір учнів, поступово озброїти їх навичками аналізу геометричного рисунка. Такі вправи слід систематизувати відповідно до програмного матеріалу з геометрії. Щодо перешкоди, зв'язаної з геометрично-оптичними ілюзіями, то усунути її можна шляхом розкриття учням причин, які викликають ці ілюзії. Численні досліди біофізиків доводять, що при сприйманні на око геометричного рисунка рух ока повторює головні лінії рисунка. Це допомагає створити уявлення про розміри і форми розглядуваної фігури, сприяє розвитку так званого почуття простору. Значна частина геометрично-оптичних ілюзій пояснюється неправильною оцінкою оком величин, напрямів і форм фігур залежно від тривалості обертання очного яблука.



Наприклад, якщо дано два відрізки, в одного з яких кінці роздвоєні, а в другого — подібні до стрілки, то в першому випадку око робить триваліший рух в одному напрямі і тому оцінює перший відрізок як довший, хоч вони однакові, а в другому випадку рух ока ніби затримується сторонами кута, спрямованими всередину.

При вивченні геометрії потрібно приділити серйозну увагу розвиткові в учнів правильності і точності зорового сприймання, зокрема навичок окоміру, оскільки від них значною мірою залежить формування правильних і точних просторових уявлень.

Щоб забезпечити нормальний розвиток просторової уяви учнів, потрібно всіляко збагачувати запас їх геометричних уявлень шляхом широкого застосування наочності. Велику роль відіграє у цій справі застосування проєкційного рисунка.

Вчитель повинен прагнути глибоко розкрити зміст кожного геометричного терміну, символу, твердження і добитися правильного розуміння їх учнями.

У щоденному житті, в праці і побуті, майже на кожному кроці доводиться на око, без будь-яких приладів, вимірювати і порівнювати між собою віддалі і розміри. Тому при вивченні геометрії потрібно приділити належну увагу розвиткові в учнів навичок окоміру. Це забезпечить створення правильних, конкретних уявлень про міри довжини, площі, об'єму, сприятиме усвідомленню учнями поняття простору.

Навички окоміру можна поділити на такі види: визначення віддалей, розмірів довжини, ширини і висоти (у класі, на місцевості, на плані і карті); порівняння кривих і ламаних ліній з прямими; вимірювання кутів; вимірювання і порівняння площ, зокрема на планах і картах; вимірювання і порівняння об'ємів.

В класі слід починати окомірні визначення невеликих віддалей, якот: 1 см, 5 см, 2 дм, 5 дм, 7 дм, 2 м, 4 м, 5 м, 10 м — у вигляді відрізків, накреслених на папері, на дошці, спостережуваних на моделях геометричних тіл, на частинах машин. Вимірювання на око віддалей обов'язково перевіряється інструментом (лінійкою, рулеткою). Проводяться також вправи на побудову відрізка або іншої геометричної фігури заданих розмірів на око з наступною перевіркою інструментом. Потрібно, щоб у класі були таблиці відрізків різної довжини в різних положеннях, таблиці геометричних фігур і тіл певних розмірів, частини машин тощо. Деякі вчителі наклеюють на край класної дошки паперову стрічку з горизонтальними і вертикальними сантиметровими поділками, які служать орієнтирами для визначення розмірів при виконанні рисунків.

Проводячи окомірне визначення віддалей на місцевості (20 м, 100 м, 200 м, 500 м, 1 км), потрібно робити порівняння з іншими віддальми, спочатку встановлюючи їх величину на око, а потім перевіряючи кроками та інструментом. Оскільки розвиток окоміру має індивідуальні особливості, корисно давати кожному учневі окреме завдання. Вимірювання потрібно проводити не тільки вглиб (вперед), але й по фронту і у висоту. Щоб навчити учнів більш точно визначати віддалі на око, потрібно ознайомити їх з такими віддальми, на яких предмети стають видимими нормальним оком (великі заводські димарі — на віддалі 16—20 км, млини, вітряки — на віддалі 10—15 км, вікна в будинках — 4 км, димарі — 3 км, люди і дерева — 2 км, телеграфні стовпи — 1 км, очі людей — на віддалі 60 м).

З особливим інтересом учні дізнаються, що простір, заповнений предметами, завжди здається більшим, ніж рівнинний, «пустий» простір. Так, при вимірюванні на око віддалі між двома об'єктами вона здається меншою, коли між ними немає ніяких предметів, а якщо є проміжні предмети або коли спостереження проводяться під час дощу чи туману, то віддаль здається більшою.

Потрібно також враховувати, що ближчими до нас здаються предмети світліші, більші розмірами, а також групи людей порівняно з однією людиною. Людина в зеленому одязі на чорному полі ніби ближча до нас, ніж на засніженому.

Результати вимірювання на око та за допомогою інструментів оформлюються учнями в окремих табличках. В них записуються дані вимірів об'єкта на око і за допомогою інструментів, а також абсолютна та відносна похибки. Вчителі використовують ці таблички як матеріал для вправ з наближених обчислень.

Визначення віддалей на око на плані або карті ускладнюється тим, що необхідно за допомогою масштабу перейти від розмірів на плані чи карті до справжніх. Тому особливо слід подбати про добір рисунків, планів і карт у певному порядку і в певній послідовності масштабів (наприклад, такі:  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{500}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{10000}$ ).

Учнів необхідно ознайомити з будовою і використанням масштабних лінійок та вимірного циркуля.

Вирішальною умовою для розвитку окоміру в учнів є проведення систематичних практичних вправ. Так, при вивченні трикутників учні повинні вимірювати на око довжини сторін, висот, бісектрис і медіан; при вивченні паралельних — визначати віддаль між ними, довжину відрізка січної, який міститься між паралельними. Вивчаючи розділ «Коло», слід робити вправи на визначення дуг у градусах, довжин діаметрів, хорд, віддалей між центрами кіл тощо.

На уроках геометрії у 6—7 класах потрібно навчити учнів вимірювати не тільки відрізки прямих, але й ламаних та кривих. Для цього потрібно виконувати вправи на порівняння довжин ліній ламаних і прямих, кривих і прямих, дуг і хорд тощо. Перевіряти окомірні віддалі можна за допомогою курвіметра — приладу, заснованого на принципі заміни кривої лінії ламаною, вписаною у цю криву.

Курвіметр легко можуть виготовити учні. До дерев'яної ручки прикріплюється жерстяний кружечок, градуйований у міліметрах або сантиметрах. Цим приладом можна також вимірювати віддалі на географічних картах.

На уроках геометрії і тригонометрії потрібно навчити учнів вимірювати на око кути, пам'ятаючи, що результати таких вимірювань мають велике відхилення від справжніх. Необхідним устаткуванням тут будуть таблиці кутів різних розмірів і кутовий прилад. Такий прилад виготовляють самі учні з фанерного круга, на якому з одного боку зроблені градусні і радіанні поділки, з другого — проведена від центра риска, що відповідає  $0^\circ$ , а в центрі закріплюється рухома планка, що обертається. Один з учнів на око визначає кут між нульовою рисою і рухомою планкою, а інший (або вчитель) повідомляє справжню величину кута. Доцільно привчати учнів визначати на око кути:  $5^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ ; з кількох кутів виділити кут потрібного розміру; застосовувати набуті знання до вимірювання кутів на рисунках, фігурах; вимірювати кути на місцевості за допомогою екера, екліметра, астролябії. Тут слід ознайомити учнів з будовою та застосуванням флюгера і компаса.

Варто спинитися на ряді вправ, зв'язаних з обманом зору (ілюзіями) при деяких взаємних положеннях відрізків, кутів і фігур.

1. Переоцінка вертикального положення.

Перпендикуляр  $CD$ , проведений до середини рівного йому відрізка  $AB$ , здаватиметься довшим від  $AB$ , причому ця різниця збільшується при зменшенні відрізків і може дорівнювати  $\frac{1}{7}, \frac{1}{6}$  величини основи.

2. Переоцінка верхньої частини прямої фігури.



Верхня частина  $AC$  відрізка  $AB$  здаватиметься довшою від рівної їй нижньої частини  $CB$ . Таку ж картину матимемо, якщо візьмемо прямокутник, поділений горизонтальним відрізком на дві рівні частини.

Дуже важливими є вправи по окомірному вимірюванню і порівнянню площ. Цю роботу можна провадити у двох напрямках: вимірювання й порівняння площ, які оточують дітей в житті (тобто площ підлоги, стін, вікон, дверей, стола, дошки, ділянок землі в  $1\ a$ ,  $1\ га$ ), і вимірювання та порівняння площ на картах, таблицях, планах з площами різних геометричних фігур. Тут для перевірки зручно використати *палетку* — найпростіший прилад для визначення площ криволінійних фігур.

Щоб створити в учня багатий запас геометричних уявлень, учитель повинен розробляти ряд вправ до кожного розділу геометрії.

З перших уроків геометрії педагог добивається того, щоб учень уявляв геометричний образ (точку, відрізок, кут, пряму, трикутник тощо), вимагаючи показати ці образи на рисунку, моделі або в натурі, використовуючи олівець, ручку, зошит, книгу, крейду, стіл і т. д. В міру ознайомлення учнів з плоскими геометричними фігурами — трикутником, паралелограмом, трапецією тощо — вчитель пропонує їм вказувати зразки цих фігур (вікна, двері, дахи будинків, поштову скриньку і т. д.). Такий прийом розвиває спостережливість і зорову пам'ять.

Для формування правильних геометричних уявлень необхідно, щоб учні бачили різноманітні фігури і їх положення, спостерігали різні предмети, які можуть служити образами для даного поняття. Наочне приладдя з геометрії повинно бути різноманітним. Кожне нове геометричне співвідношення, виражене будь-якою теоремою, ілюструється в підручнику здебільшого тільки одним рисунком. Тому вчителі дають додаткові вправи. Так, наприклад, після доведення теореми про зовнішній кут трикутника пропонують накреслити всі його зовнішні кути, вказати, які вертикальні кути, утворені біля вершини трикутника, не можна назвати зовнішніми і пояснити, чому.

Під час наступних уроків учитель ускладнює вправи: пропонує відшукати кути, кожний з яких є зовнішнім для кількох трикутників, що складають дану фігуру, вказати, для яких трикутників цей кут є зовнішнім, сумі яких кутів він дорівнює тощо.

Для кращого уявлення учнів про геометричне місце на площині точок, з яких даний відрізок видно під сталим кутом, доцільно зробити таку модель. На картонному або фанерному листі креслимо коло, проводимо хорду, в кінцях якої закріплюємо гумовий шнур. Зачепивши шнур маленькою указкою, водимо нею по обводу накресленого кола і таким чином дістаємо безліч вписаних кутів сталої величини.

Перед доведенням теореми про можливість описати навколо будь-якого трикутника коло вчителі дають учням практичну роботу: провести перпендикуляри через середини сторін різних накреслених трикутників (правильних, рівнобедрених і різносторонніх, гострокутних, прямокутних і тупокутних) і зробити висновки про положення точки їх перетину відносно кожного трикутника. Ця попередня робота допомагає учням після доведення теореми узагальнити висновки про положення центра кола, описаного навколо того чи іншого трикутника.

Деякі вчителі збагачують запас геометричних уявлень учнів шляхом демонстрування рухомих моделей, що ілюструють властивості геометричних місць точок на площині, унаочнюють процеси перетворення одних фігур в інші, подвоєння числа сторін багатокутників та ін.

Доведення теореми про довжину кола зв'язане з рядом узагальнених уявлень і означень, в основі яких лежить процес подвоєння числа сторін багатокутника. Багато учнів здебільшого старанно повторюють за вчителями і підручником теорему, не усвідомлюючи її суті, тому що в них немає чіткого уявлення про нескінченне подвоєння числа сторін багатокутника. Щоб довести до свідомості учнів процес подвоєння і полегшити

встановлення єдиної межі для периметрів вписаних і описаних многокутників, варто використовувати спеціальний рухомий прилад. Цей прилад складатиметься з фанерного щитка на підставці. На білому щитку накреслено коло з «вписаним» правильним шестикутником з гумового шнура. До середини його сторін (хорд) прив'язані білі нитки, кінці яких об'єднані за щитком у спільну тягу (рука); повільним натягуванням можна перетворити шестикутник в 12-кутник і т. д.

Досвід показує, що для збагачення запасу геометричних уявлень учня корисно виносити з рисунка окремі його частини. Наприклад, при доведенні теореми про перпендикуляр, опущений з вершини прямого кута на гіпотенузу, рекомендується винести рисунки двох трикутників, на які розділяється даний трикутник перпендикуляром.

Ми спинились на прикладах з планіметрії, оскільки планіметричні образи легше уявляти і до того ж учні широко користуються ними при вивченні стереометрії, пізнаючи їх в різних комбінаціях і сукупностях (грані, перерізи тіл та ін.).

Слід приділяти увагу таким задачам з планіметрії, при розв'язуванні яких потрібно проводити на рисунку допоміжні лінії, тому що це часто доводиться робити у стереометричних задачах. Розглянуті нами вправи можуть бути перенесені і на тримірний простір при вивченні стереометрії, хоч у стереометрії і є своя специфіка.

Просторова уява особливо важлива під час вивчення стереометрії, оскільки реальний фізичний простір має три виміри.

У 9 класі для засвоєння розділу «Прямі та площини» потрібно використати моделі призми, паралелепіпеда, піраміди, на яких показати можливі розміщення в просторі двох прямих, площин і прямої, двох і трьох площин тощо. Тему «Двогранний кут» і «Многранний кут» слід вивчати на геометричних тілах як їх частини.

Необхідно привчати учнів знаходити стереометричні фігури в предметах навколишнього світу. Це збагачує запас уявлень учня про тіла, розвиває вміння розчленовувати складне тіло на ряд простих; приділити достатню увагу виготовленню учнями моделей з плоскими перерізами тіл, які б полегшували логічне доведення певних їх властивостей. Так, використавши лише дріт і нитки, можна зробити дротяні каркаси паралелепіпедів, пірамід і протягти нитяні діагоналі, висоти, апофеми та інші лінійні елементи, які дадуть учням конкретні уявлення про розташування плоских перерізів тіл тощо.

Під час вивчення розділу «Тіла обертання» потрібно на рухомих моделях показати учням утворення поверхень обертання: циліндричної, конічної і сферичної.

При розв'язуванні задач на комбінації тіл доцільно використовувати плакати наочних посібників, випущені в 1953 р. видавництвом «Радянська школа», і виготовлені учнями моделі. Щодо задач на комбінації тіл, то слід звернути увагу на задачі взаємного перерізу тіл, що часто зустрічаються при технічному проектуванні.

Бажано ознайомити учнів з поверхнею тора, яка утворюється обертанням кола навколо осі, що його перетинає. Така кільцева поверхня разом з циліндричною і конічною широко вживається в сучасній техніці<sup>1</sup>.

Збагачуючи запас просторових уявлень учнів, ми розвиваємо в них і просторову уяву. Проте, як показує досвід, цього недостатньо,— потрібні ще спеціальні вправи.

Вже в планіметрії можна пропонувати учням усно доводити теореми без допомоги рисунків. Учні можуть і повинні навчитися ніби бачити рисунок і додаткові побудови. Спочатку слід проводити міркування рівнобіжно: за допомогою рисунка, а потім без нього. Таке доведення дуже

<sup>1</sup> Див. Н. Ф. Четверухин, О научных принципах преподавания геометрии в советской школе, Известия АПН РСФСР, 1951, вып. 31.



сприяє розвиткові геометричної уяви, але воно вимагає значного напруження інтелектуальних сил учнів. Тому усні доведення без рисунка слід застосовувати не до всіх теорем, а строго добирати їх. Так, під час вивчення першого і другого розділів планіметрії в 6 класі можна користуватися запропонованим способом при доведенні майже всіх теорем, крім теореми про другу і третю ознаки рівності трикутників. З розділу «Паралельні прямі» учням важко без рисунка доводити теореми про ознаки паралельності двох прямих, зате надзвичайно ефективно проходять доведення теорем про суму кутів трикутника і многокутника, теорем про властивості трапеції і паралелограмів. У розділі «Коло» кількість теорем, які можна доводити усно без рисунка, потрібно зменшити, залишивши лише найпростіші з них (наприклад, про кут, утворений дотичною і хордою, про вписані кути тощо).

Розвитку уяви сприяють всі досліди та ілюстрації, поєднані з рухом: рухомі моделі (шарнірний паралелограм, ромб, трапеція), перетворення фігур тощо. Так, у 8 класі при вивченні площ многокутників можна широко застосовувати рухомі моделі для засвоєння перетворення і побудови рівновеликих фігур, зокрема доведення теореми Піфагора різними геометричними методами за допомогою рівноскладених фігур.

Для чіткого розуміння теорії і вміння застосовувати її до розв'язування задач необхідно уявляти просторову фігуру в усіх її деталях. Так, щоб учень відповів на запитання: «Чи можна назвати кубом паралелепіпед, бічні грані якого — квадрати?», він повинен ясно уявити собі цю фігуру. Учень говорить: «Не завжди, оскільки основою такого паралелепіпеда може бути і ромб».

З'ясуємо той процес, який відбувся у свідомості учня під час обдумування цього запитання. Учень багато разів бачив куб, знає, що в нього всі шість граней — квадрати. В 9 і 10 класах він зображав куб на проєкційному рисунку, добре знає означення куба як видового поняття прямокутного паралелепіпеда. Учень повинен уявити такий паралелепіпед, в якому квадратними будуть обидві основи і дві сусідні бічні грані, і пригадати теорему про властивості протилежних граней паралелепіпеда. Такий уявлюваний паралелепіпед можна буде назвати кубом. Якщо ж учень уявить паралелепіпед, в якому квадратами будуть всі чотири бічні грані або в якому будуть квадратами обидві основи і дві протилежні бічні грані, то останні дві можуть бути і ромбами. Потрібно також мати на увазі, що ромб може бути квадратом. Комбінуючи в своїй свідомості різні положення чотирьох граней паралелепіпеда, які є квадратами, учень удосконалює свої логічні міркування, що сприяє розвиткові його просторової уяви.

Нам доводилося чути і такі міркування учня при розв'язуванні цього питання: «Якщо взяти куб, зняти верхню і нижню його основи, то непорушність його бічних граней зникне. Їх можна зсувувати вбік, від чого верхня і нижня основи куба набиратимуть вигляду ромбів. Отже, паралелепіпед, у якого бічні грані — квадрати, не завжди можна назвати кубом». Таке міркування свідчить про добре розвинену просторову уяву учня.

Досвід показав велику користь розв'язування підготовчих задач без будь-яких обчислень. Мета таких задач — поновлення в свідомості учня образів геометричних тіл і їх елементів, тобто розвиток просторової уяви. Наприклад, перед тим, як перейти до розв'язування задач, поданих у § 7 задачника Рибкіна, ч. II (№№ 10—15), потрібно виконати підготовчі вправи.

Учні повинні відповісти на запитання: яку фігуру дістанемо при плоскому діагональному перерізі прямого паралелепіпеда; назвати частини фігури, що з'явилися внаслідок такого перерізу; коли діагональний переріз прямого паралелепіпеда буде квадратом.

Для розвитку просторової уяви особливо ефективними є задачі на визначення геометричних місць у просторі, вправи в детальному описі

геометричної фігури, зображеної на рисунку, з показом взаємного розміщення її елементів.

Протягом усього курсу стереометрії добре практикувати усні вправи з наступним показом відповідних моделей. Наприклад, розв'язуючи задачу на плоский переріз куба таким чином, щоб дістати в перерізі п'ятикутник, учень не має перед собою куба і повинен уявити куб і шуканий плоский переріз.

Просторову уяву розвивають також задачі без лінійних даних. Наприклад, знайти кут між діагоналлю куба і його гранню, знайти кут між діагоналями куба, знайти кут між гранями у правильному тетраедрі.

Вправи для розвитку просторової уяви потрібно проводити як під час опитування учнів, так і під час пояснення нового матеріалу і повторення.

Отже, для більшості розглянутих тут прийомів у розвитку просторової уяви провідну роль відіграє показ моделей і зображення фігур на рисунках. Але поступово, в міру дедалі більшого розуміння учнем стереометричного рисунка, модель відходить на другий план і її заміняє рисунок. За ним учень навчається уявляти перерізи многогранників і круглих тіл, їх комбінацій і окремих елементів. Тому зображення рисунків на площині є дуже важливим. Досвід показує, що найкращим є метод, розроблений професором Н. Ф. Четверухіним<sup>1</sup>. Застосовуючи цей метод<sup>2</sup>, можна фактично виконувати побудови шуканого просторового елемента на рисунку. Такі побудови є найдійовішим засобом розвитку просторової уяви учнів.

Зображаючи тіло рисунком на площині, учень повинен ясно уявляти, який кут, відрізок, грань або який переріз тіла збігається з площиною рисунка чи паралельний їй. Це потрібно для того, щоб знати, які з елементів на рисунку спотворюються. Розв'язуючи задачі, учень повинен вірно бачити на рисунку всі вказані в задачі елементи фігур, тіл. Правильний рисунок створює правильне уявлення про геометричне тіло, дає змогу скоріше знайти спосіб розв'язування задачі.

Роботу, що виконується під час доведення теореми або розв'язування геометричної задачі, можна поділити на три етапи: усвідомлення того, що дано і що потрібно довести; виконання додаткових побудов; наступний розвиток думки і остаточний висновок. Виклад теореми супроводжується кресленням рисунка.

Рисунок є основою, на якій ґрунтується міркування; з допомогою рисунка окремі етапи доведення з'єднуються в спільну сукупність геометричних відношень та зв'язків. Крім того, він є прекрасною опорою для пам'яті, являючи собою своєрідного носія репродуктивного процесу. Учень досить буває пригадати рисунок, щоб перед ним постав увесь хід доведення. Із сказаного можна зробити висновок, що в процесі навчання просторові фігури повинні створюватись на очах у дітей, в ході розповіді вчителя і доповнюватись живою уявою учнів, що значно сприятиме розвитку просторової уяви. Для цього рисунок потрібно будувати в міру доведення теореми. Це привчатиме учнів до узагальненого сприймання рисунка через слово. Словесний виклад повинен супроводитись чіткою і ясною побудовою рисунка, що полегшить усвідомлення учнями геометричної термінології та символіки і забезпечить точність, правильність і логічність мови як основи розвитку просторової уяви.

Розглянуті заходи формування правильних просторових уявлень і розвитку просторової уяви, як показує досвід, забезпечують більш глибоке вивчення геометрії, знання якої так необхідне як у дальшому навчанні, так і в практичній діяльності людини.

<sup>1</sup> Див. Н. Ф. Четверухін, Рисунки просторових фігур, «Радянська школа», 1953.

<sup>2</sup> Див. Н. Ф. Четверухін, Стереометрические задачи на проекционном рисунке, Учпедгиз, 1952.