Ми прагнемо, щоб кожен учень усвідомлював значимість навіть найпростішого завдання, яке б спонукало до активної дії, формувало комуністичне ставлення до праці. З цією метою залучаємо до посильної праці і учнів середніх та молодших класів.

На зборі дружини «Біля карти Батьківщини» ми ознайомили піонерів з конкретними прикладами трудового подвигу радянського народу, звершеного на честь XXV з'їзду КПРС. Свою любов до праці, ідейно-моральну зрілість школярі доводять на ділі. Під час суботників і недільників учні впорядковують шкільну садибу, впорядковують вулиці селища. Восени піонери зібрали близько 2 т жолудів, 600 кг каштанів, 50 кг шипшини тощо. Кожен учень виготовив годівничку для птахів. 100 щитів для затримання снігу на полях колгоспу — такий внесок школярів у боротьбу за врожай першого року десятої п'ятирічки.

Чудовою формою виховання радянського патріотизму і пролетарського інтернаціоналізму, прилучення школярів до активної участі в боротьбі за мир є клуб інтернаціональної дружби «Прометей». Кідівці — активні учасники Всесоюзного маршу «Приклад беремо з комуністів», експедиції «Моя Батьківщина — СРСР», Всесвітньої кампанії «Молодь за антиімперіалістичну солідарність, мир і прогрес», першого Міжнародного дитячого фестивалю «Хай завжди буде сонце!»

З ініціативи клубу інтернаціональної дружби учні зібрали лікарські рослини, одержані за них гроші перерахували у фонд Всесоюзного Комітету захисту миру.

Знати й любити свій край допомагають екскурсії, туристські походи, подорожі. Учні вивчають історію свого села, відвідують музеї області, ознайомлюються з пам'ятними місцями Москви, Ленінграда, Києва під час подорожей до цих міст.

Ми добре розуміємо, що певні успіхи в справі ідейно-політичного виховання не дають права зупинятись на досягнутому. А тому педагоги нашої школи нині шукають нових шляхів до піднесення комуністичного виховання учнів, комплексного поєднання усіх ефективних форм і методів цієї роботи.

Розвивати діалектичне мислення школярів на уроках математики

І. Ф. ТЕСЛЕНКО,
доктор педагогічних наук
(НДІ педагогіки УРСР)

Математика, як і кожна інша наука, є однією з форм суспільної свідомості людей, вона являє собою струнку систему знань про закономірності природи, які дістали абстрактне тлумачення, але, повертаючись до практики, знову конкретизуються в ній. Удосконалення математичної освіти школярів, яке здійснюється в наш час, стосується насамперед проблеми розвитку в учнів здатності до самостійного мислення.

Специфічна особливість математичого мислення полягає в тому, що воно, в основному, реалізується в системних наукових поняттях, які відображають кількісні й просторові властивості та відношення реальних предметів. Але така його реалізація в поняттях досить складна, оскільки в них виражена єдність: а) форми відображення в свідомості властивостей реального об'єкта та б) засобів мисленого відтворення, побудови цих властивостей об'єкта. Міркуючи над задачею або поняттям, учень шукає між даними і невідомими величинами зв'язки, які переплітаються, зникають, з'являються і упорядковуються, доки не настане миттєве прояснення (інсайт), в якому процес мислення набуває логічної ясності. Образно кажучи, кожне математичне поняття є результатом або застиглою формою певної діяльності, яка «оживає», поновлюється, відтворюється щоразу (у різних формах) для кожного, хто прагне оволодіти цим поняттям. Процес мисленого відтворення, побудови чи перетворення об'єкта якраз і є процесом розуміння, розкриття його сутності.

Зміст кожного поняття в математиці, як і в інших теоретичних науках, відображає внутрішній зв'язок між способами його конструювання й ідеалізації. Такими є майже всі поняття геометрії та алгебри. В означеннях або описах понять геометрії здійснюється ідеалізація схеми діяльності з найпростішим знаряддям (лінійкою, циркулем, косинцем). Наприклад, поширене означення поняття про коло як фігуру, що описується рухомим кінцем відрізка, коли другий його кінець закріплено, або фігуру, що утворюється циркулем. Подане в нових посібниках означення кола як множини усіх точок площини, рівновіддалених від однієї фіксованої точки, є абстракцією від названого вище способу утворення кола. Аналогічний зміст має поняття про дві або три побудовані лінійкою паралельні, як такі, що не перетинаються. Поняття про кут чи трикутник є наслідком точно визначених операцій над ідеальними образами — точки, променя, відрізка за допомогою конструктивних знарядь. Алгебраїчні поняття також утворюються внаслідок ідеалізації схеми діяльності з найпростішими математичними об'єктами.

Таким чином, усі математичні поняття існують лише в формах діяльності людини та в її результатах. Це положення справедливе і для школи. Учні в процесі діяльності вивчають, засвоюють математичні поняття і твердження, тобто навчаються ними оперувати, готуючись до майбутньої суспільної практики, і водночас вчаться діалектично мислити. «*Відображення* природи в думці людини,— зазначав В. І. Ленін,— треба розуміти не «мертво», не «абстрактно», *не без руху, **не без суперечностей,*** а у вічному ***процесі*** руху, виникнення суперечностей і розв'язання їх» [1].

Кожна математична задача, навіть якщо для розв'язування її потрібні лише незначні перетворення умови, вже містить суперечність, яка є сигналом для включення мислення.

Наприклад, для формування в учнів VI класу правильного розуміння поняття про відстань, їм пропонується така задача: «Дано рівнобедрений трикутник ABC, сторони якого дорівнюють: $|BC|=6$, $|AB|=|AC|=5$. Визначити на контурі трикутника точку, сума відстаней від якої до вершин трикутника була б мінімальною». В умові цієї задачі визначено лише довжини сторін трикутника ABC, тоді як вимога до її розв'язання містить три елементи: а) шукана точка X повинна належати до контуру даного трикутника; б) визначити суму відстаней від точки X до вершини трикутника; в) ця сума відстаней має бути мінімальною.

Щоб розв'язати задачу, учень повинен пригадати, актуалізувати знання, які стосуються її змісту, а саме: поняття про рівнобедрений трикутник, про те, що точка X є елементом множини точок контуру, про відстань між двома точками, від точки до прямої, про суму відстаней тощо. Розумова діяльність учня, таким чином, пов'язана з пригадуванням і зіставленням цих знань з даними умови задачі, зокрема, з вимогою «мінімальності» суми відстаней точки X від вершини трикут-

[1] Ленін В. І. Повне зібрання творів, т. 29, с. 164.

ника. Серед цих зіставлень може бути й таке: а чи не буде шуканою точкою X одна з вершин трикутника? Переконавшись, що ні, учень натрапляє на суперечність як вимогу деякого доповнення умови задачі, що виражається в акті його самостійної дії — побудові перпендикуляра BB_1 або CC_1 як найкоротшої відстані від вершин трикутника до його сторони. Тоді основи цих перпендикулярів — точки B і C — є образами шуканої точки X. Отже, встановлена, знайдена і розв'язана учнем суперечність привела до розв'язання всієї задачі.

Аналогічно простежується діалектичний процес мислення над розв'язанням такої задачі: «Всередині опуклого чотирикутника знайти точку, сума відстаней від якої до його вершин була б найменшою». Для визначення точки O учень аналізує дані умови задачі, зіставляє їх з шуканими і, здійснюючи правильні міркування, натрапляє на суперечність, яка розв'язується за допомогою перетворення, доповнення умови задачі: побудова спочатку однієї, а потім другої діагоналей дасть шукану точку O, що і є розв'язком задачі.

Кожна математична задача є, по суті, формулюванням суперечності між умовою і висновком, яка розв'язується за допомогою переходу від даних (або відомих) до шуканих (або невідомих) величин. Здійснення в думці вказаного переходу завжди є перетворенням протилежностей однієї в другу через опосередковуючу третю ланку. У наведених вище прикладах задач такою опосередковуючою третьою ланкою є проведення перпендикулярів BB_1, CC_1 у трикутнику або ж діагоналей в чотирикутнику. Ця третя ланка повинна мати певні властивості (характеристики), які пов'язують дані й шукані величини задачі, а отже, вона здійснює собою єдність — об'єднання протилежностей.

Наведемо приклад створеної нами логічної моделі, що відображає діалектику мислення в процесі доведення такої теореми: «Кожне перетворення подібності є композицією гомотетії і переміщення»[2]. У цій теоремі стверджується, що коли дві фігури F_1, F_2 подібні, то від фігури F_1 можна логічно перейти до другої фігури F_2 за допомогою третьої фігури F_3, яка гомотетична фігурі F_1 і конгруентна фігурі F_2. Фігура F_3 є «третьою ланкою», що здійснює перехід, бо містить спільні властивості (конгруентності) з фігурою F_2 і спільні властивості (гомотетичні) з фігурою F_1. А це значить, що за допомогою фігури F_3 розв'язується суперечність між фігурами F_1 і F_2, тобто здійснюється єдність протилежностей — перехід через конгруентність до подібності фігур (від F_1 до F_2, або від F_2 до F_1). Модель процесу доведення теореми складається з гомотрансформатора[3], при якому відстані між точками збільшуються в k разів, і переміщення, при якому вони не змінюються.

Як відомо, шкільний курс математики вивчається послідовно за встановленими програмою чотирма етапами (I—III, IV—V, VI—VIII, IX—X класи), тому математична діяльність учнів різних класів здійснюється на різних логічних рівнях, тобто вона має бути адекватною певному рівню розвитку їх мислення. Ці рівні здебільшого визначаються тим, над якими об'єктами і які логіко-математичні операції учень уміє виконувати. На різних рівнях математичної діяльності учнів співвідношення у навчальному використанні емпіричного, предметно-чуттєвого (речі, предмети, матеріальні моделі тощо) і абстрактно логічного матеріалу (поняття, відношення, твердження, операції тощо) буде не однаковим.

Так, у процесі навчання учнів I—III і IV—V класів значне місце відводиться емпіричному матеріалу — для здобуття інформації за допомогою чуттєвого сприймання та уявлень. У навчанні ж учнів VI—VII і IX—X класів посилюється увага до абстрактно-логічного матеріалу, а отже, і до засвоєння знань за допомогою розумової діяльності. Це означає, що математична діяльність (тобто математичне мислення учнів), залежно від того, в якому класі вони навчаються, має ніби два ступені пізнання: чуттєвий і раціональний, або емпіричний і тео-

[2] Див.: Геометрія. Посібник для VII класу. К., «Радянська школа», 1973, с. 109.
[3] Тесленко І. Ф. Геометрія. Посібник для педінститутів, вид. III, К., «Вища школа», 1973, с. 120.

ретичний. Оскільки ж математичне мислення учнів (з першого по десятий клас) завжди має *теоретичний характер,* в ньому обов'язково взаємодіють чуттєвий і раціональний компоненти.

Справді, для учнів I—III класів вивчення на уроках математики дій над предметами або зображеннями об'єктів живої і неживої природи не становить самостійної мети. Такі дії необхідні для сприймання і засвоєння математичних *відношень* («відповідно», «дорівнює», «більше», «менше» тощо). Наприклад, коли діти старшої групи дитячого садка або учні першого класу, граючись, розміщують десять горіхів по прямій чи кривій або по колу та перелічують справа наліво, або навпаки, і з подивом переконуються, що кількість горіхів однакова і не залежить від способу розміщення, то їх цікавлять не фізичні властивості, а лише кількість горіхів. Так само, коли учні першого класу виконують завдання — вибрати із множини многогранників (або многокутників), різних за формою, кольором, розмірами і матеріалом той, що має форму куба (або квадрата), то вони роблять це безпомилково. Операція виділення з множини фігур певної підмножини тут відбувається за принципом ототожнення лише однієї ознаки многогранника — його форми. Отже, і в цьому випадку учні, здійснюючи чуттєво-предметну абстрагуючу діяльність при розгляді конкретних множин тіл, також не цікавляться їх фізичними властивостями.

Логічні операції, які виконують діти в наведених прикладах (лічба, виділення із множини її підмножини за певною ознакою), досить широко використовуються на всіх рівнях вивчення математики. Дії над матеріалізованими об'єктами допомагають учням набути логіко-математичного досвіду, а це є важливим і необхідним у навчанні з двох причин. По-перше, розумові дії, які пізніше характеризують процес математичних дедуктивних суджень учня, мають своєю основою засвоєні дії в формі предметної діяльності з їх наступною координацією на рівні логіко-математичного досвіду, коли вже посилання на предметний наочний досвід чи звертання до нього стає непотрібним. По-друге, нагромадження дій і логіко-математичного досвіду активізує процес узагальнення, який приводить до утворення певного роду абстракцій, що відповідають нормативній, логічній або математичній абстракції.

Розкрити матеріальний зміст математичних понять і водночас знайти такі особливі предметні дії перетворення об'єкта або операції, які дозволяють без значних труднощів виділити в них певне узагальнене математичне відношення, допомагає використання в навчальному процесі наборів моделей, а також ілюстрацій. Так, для розкриття учням V класу змісту поняття про напрям та його числову характеристику в навчальному посібнику з математики вміщено малюнки 1, 2, 5, 12, 13, 17, 18; для з'ясування досить складного поняття про поворот фігури навколо точки використовуються предметні ілюстрації-малюнки 181 і 185 (стор. 205—206). У посібнику з геометрії для VII класу вивчення розділу VI «Подібність» розпочинається з розгляду різноманітних предметів однакової форми і розмірів та однакової форми і різних розмірів з тим, щоб за допомогою логічної операції порівняння виділити *відношення подібності* з його найважливішими властивостями.

Математичний зміст понять, з якими людина постійно зустрічається в щоденному житті (множина, число, сума, добуток, пряма, кут тощо), істотно відрізняється від звичайного уявлення про них тим, що поняття існують не ізольовано, а в певній системі, у певних взаємозв'язках. «Звичайне уявлення — зазначав В. І. Ленін,— схоплює відмінність і суперечність, але не **перехід** від одного до другого, а *це найважливіше*»[4]. Теоретичне мислення може відтворювати свій об'єкт

[4] Ленін В. І. Повне зібрання творів, т. 29, с. 120.

тільки через розгляд його розвитку, через «перехід від одного до другого». Саме на це спрямовується і мислення школярів у процесі вивчення математичних понять. Наприклад, таке досить багатогранне поняття, як кут, засвоюється і усвідомлюється ними завдяки послідовному генетичному розкриттю його змісту,— починаючи від чуттєво-предметного (I—III класи), у вигляді малки або образу кута, вирізаного з паперу, через уявлення про кут, як точково-множинну фігуру (VI клас), до поняття про нього як числовий або кутовий аргумент тригонометричної функції (VIII—IX класи) та до поняття про просторовий многогранний кут (X клас). На кожному з цих етапів здійснюються переходи від звичайного уявлення про кут до логічно збагаченого змісту поняття шляхом мисленого відтворення образу кута через перетворення і розвиток.

У зв'язку з перебудовою шкільної математичної освіти значно зросла роль задач і вправ у розвитку мислення школярів. Під час розв'язування задачі виникають потреби в певних розумових діях, операціях, і знання того, в якій послідовності і як виконувати ці дії, актуалізуються в пам'яті учня і включаються в мислительний процес. Сигналами для актуалізації теоретичних положень служать також запитання: чому? для чого? чи так? тощо. Проте роль задач цим не вичерпується: вони є важливим засобом активізації аналітико-синтетичної пошукової діяльності, «відкриття» нових властивостей і відношень між об'єктами, діяльності, яка приводить до формування суджень, умовиводів, понять і тверджень.

На уроках учитель учить, а учні вчаться, але і методи навчання і методи учіння максимально спрямовані на стимулювання переносу засвоєної розумової діяльності. Для переносу результатів навчання на нові задачі користуємось такими формами математичного мислення, як *умовивід, доведення* і *абстрагування.* Умовивід допомагає прийти до правильних висновків на основі певних знань як готових посилок. Доведення має ствердити істинність того чи іншого положення — встановити зв'язки і відношення між предметами і явищами.

Як відомо, в нових посібниках для учнів навчальний матеріал розміщено переважно за способом «від загального до окремого».

Уже при вивченні в VI класі (Розділ I, § 1) початкових геометричних понять учні йдуть від усвідомлення загального поняття площини α як точково-множинного образу до окремого поняття прямої a чи відрізка AB як образу точкової підмножини множини α. Записується це так: $a \in \alpha$. Так само від загальних властивостей відстаней переходять до вивчення поданих аксіоматично окремих властивостей відстаней на прямій, а потім на їх основі — до понять «між», «відкритий промінь» тощо. При вивченні наступних розділів посібника також йдуть від загального поняття «відображення фігур» до окремого поняття «конгруентність» їх (§ 2), від поняття «просто замкнена ламана» (Розділ II, § 1) — до окремого поняття «многокутник» з сумою його кутів, а потім до понять «трикутник» також з сумою його кутів і т. д. Аналогічно учні VII класу (Розділ IV, § 1) спочатку вивчають загальне поняття «подібність» та поняття «пропорційні відрізки», а потім переходять до вивчення поняття про подібність окремих фігур, зокрема, трикутників.

Таке розміщення навчального матеріалу в посібниках створює сприятливі умови для розвитку в учнів теоретичного діалектичного мислення, характерним для якого є «підняття від абстрактного до конкретного». Це, за висловом К. Маркса, «...спосіб, за допомогою якого мислення засвоює собі конкретне, відтворює його як духовно конкретне»[5].

---

[5] Маркс К. і Енгельс Ф. Твори, т. 12, с. 684.

Для розкриття змісту понять, обгрунтування тверджень і висновків більшість учителів математики і досі користується формально-логічними абстрактними прийомами. Тим часом будь-яка абстракція має предметний зміст, отже, є можливість встановлювати як наявність певних властивостей у реального об'єкта, так і їх існування в загальній формі. Виявляти виникнення загальних форм або генетично загальних основ того чи іншого вивчуваного об'єкта — значить створювати реальну (змістову) абстракцію реально існуючого відношення. Такими реальними абстракціями є, зокрема, загальна форма числа (натурального цілого, дійсного) і загальна точково-множинна форма фігур (планіметричних і стереометричних), які є своєрідними способами вираження кількісних (у першому) і просторових (у другому випадку) відношень у діяльності людини. Для виявлення загальних форм або фігури, а також встановлення умов існування різних видів чисел або фігур необхідний генетичний аналіз кожного з цих понять.

Наприклад, генетичний аналіз поняття про число (від натурального до дійсного) показує, що першоджерелом його виникнення було поняття про величину. Діяльність людей з реальними предметами зумовила можливість виділення таких величин, як довжина, площа, об'єм, вага тощо і проведення над ними перших найпростіших операцій порівняння і відношення: $=$, $>$, $<$ та ін. У такий спосіб виділявся загальний зв'язок між предметами, виконувалась реальна абстракція, від якої здійснювався конкретний перехід до окремих видів чисел (цілого, дробового тощо) і дій над ними.

Ідея генетичного аналізу поняття про геометричну фігуру (як будь-яку множину точок) з найпростішими операціями над фігурами-множинами частково реалізована в нових підручниках. Це дає можливість спочатку виділити загальні зв'язки між фігурами як множинними образами і здійснити перехід до окремих видів фігур і операцій над ними.

Процес підняття від абстрактного до конкретного дає можливість вивчати площі, периметри, об'єми та інші геометричні властивості тіл у їх «чистому вигляді», самостійно розглядати відношення паралельності, перпендикулярності, подібності, симетричності, виділяти інваріантні властивості при переміщеннях і перетвореннях, встановлювати, що похідна від об'єму тіл обертання дорівнює поверхні цих тіл, а похідна функції від об'єму води, що заповнює посудину довільної форми, збігається з площею вільної поверхні перерізу і т. д.

Треба також не забувати, що в математиці існують свої, специфічні засоби відтворення реальних об'єктів, через їх відношення і зв'язки. Це — система математичних знаків і символів. Вони є конкретними матеріальними засобами ідеалізації і побудови наукової предметності, засобами переведення її в об'єкти мислення. Тому «конкретність» і «абстрактність» математичних знань розрізняється не стільки за тим, наскільки вони близькі до чуттєвих уявлень, скільки за їх об'єктивним змістом. Якщо ми вивчаємо, наприклад, поняття про паралельні прямі окремо, без будь-яких зв'язків і належності до певної системи понять, то це буде абстрактне знання, хоч самі образи паралельних і будуть добре, предметно-чуттєво ілюстровані. Але ці знання можуть бути і конкретними, якщо школярі вивчають паралельні прямі у зв'язках з геометричними переміщеннями, якщо зміст паралельності розкривається як відношення, хоч усі ці властивості і зв'язки будуть виражені за допомогою досить складних абстрактних символів і знаків.

Спинимось на засвоєнні учнями деяких діалектичних категорій.

Категорія «сутність і явища» поширюється на вивчення майже всіх математичних фактів. Проте школярі досить часто схоплюють лише зовнішню сторону математичних знань, сприймають їх як певні явища, без розкриття внутрішньої основи їх, без розгляду процесу їх розвитку.

Так, на уроках геометрії в VI класі учні тривалий час змішують означення понять «переміщення» і «конгруентність» саме тому, що зовнішньо, за своїми формулюваннями, вони схожі, а вчитель мало дбає про розкриття сутності цих понять, зокрема, не робить генетичного аналізу розвитку поняття про відстань як їх логіко-математичну основу. За прийнятою аксіоматичною структурою курсу геометрії, відстань належить до основних неозначуваних понять. Геометричний зміст його досить стисло розкрито у вигляді трьох властивостей (див. п. 4 навчального посібника для VI класу). Але ж назване поняття проходить через усе наше життя, починаючи від метафоричного, образно-художнього змісту, через географічний і орієнтаційний до просторово-геометричного. Якраз про це і треба розповісти учням. Без аналізу своєї сутності поняття «відстань» залишається поза свідомістю учня, наслідком чого є поверхове, не осмислене засвоєння не тільки цього поняття, а й наступних понять «довжина» і «площа».

Діалектична категорія загального, особливого і одиничного чи окремого також широко використовується на уроках математики. Наприклад, в геометрії, на основі загального поняття про конгруентність фігур, вивчається конгруентність відрізків, кутів, периметрів, площ тощо. Тут загальне виступає як форма зв'язку між особливим і одиничним, розкриваючи діалектику тотожностей окремого і загального. Про тотожність окремого і загального В. І. Ленін писав: «Отже, протилежності (окреме протилежне загальному) тотожні: окреме не існує інакше як у тому зв'язку, який веде до загального. Загальне існує лише в окремому, через окреме. Всяке окреме є (так чи інакше) загальне. Всяке загальне є (частинка або сторона або сутність) окремого» [6].

Реальність загального в математиці проявляється у взаємозв'язках особливих і одиничних явищ і фактів як внутрішнє відношення математичого факту чи об'єкта до самого себе, тобто відношення різних їх властивостей одна до одної, а це значить як внутрішнє розрізнення предметної конкретності.

Для прикладу візьмемо твердження: а) «кожний кут (як геометрична фігура) конгруентний самому собі (він самосуміщується)»; б) «два кути конгруентні, коли між їх відповідними точками можна встановити взаємно-однозначну відповідність»; в) «два кути конгруентні тоді і тільки тоді, коли вони мають однакову (міру) величину». Для вираження всіх названих відношень між кутами вживається один і той самий логіко-математичний символ конгруентності $\cong$ або рівності $=$, хоч у кожному окремому випадку поняттям (і знаком) «конгруентність» чи «рівність» виражена лише ідентичність певних властивостей кута, а істотна відмінність між порівнюваними виразами (образами фігур) в іншому розумінні не береться до уваги. Роль знака рівності (знака ототожнення) у формуванні понять важко переоцінити, бо майже всі математичні формулювання або містять його однаковий зміст, або використовують цей знак, надаючи йому певного перетворюваного чи спеціально визначеного змісту. Недаремно з'явився такий саркастичний вислів: «математика приречена на вічне повторювання банальної істини, що $a=a$ у різних видах». На жаль, автори навчальних посібників для учнів і методичних праць для вчителів не звертають належної уваги на перетворюваність змісту, на «різні види» знака рівності. Тим часом забезпечити свідоме і правильне використання учнем цього універсального логіко-математичного символу можна лише за умови систематичного проведення генетичного аналізу його змісту — відсутність такого аналізу вносить плутанину у процес засвоєння учнем математичних знань.

---

[6] Ленін В. І. Повне зібрання творів, т. 29, с. 300.

Як відомо, вперше учні зустрічаються з цим символом при введенні поняття про число як відношення взаємно однозначної відповідності між елементами множин. Тут число формується як кількість без будь-якого врахування якісної визначеності одиничного елемента множин (яблука, колеса, качки тощо). Записи: $3=3$, $6=6$ тощо — хоч і містять знак рівності, але вони є тавтологією, бо виражають тотожність знака самому собі. А вирази $3+5$ і 8 є іменами або назвами одного й того самого числа, тому їх позначають знаком рівності: $3+5=8$. Цей запис є також математичним виразом, але зміст його, завдяки використанню знака рівності, істотно змінився: він містить операцію додавання і водночас є висловленням. Висловлення є логічним об'єктом, а операція додавання — математичним, отже, запис $3+5=8$ є логіко-математичним об'єктом. У процесі навчання за старою програмою надавалась перевага усвідомленню учнями властивостей математичних об'єктів і майже не брався до уваги їх логічний зміст. Нова програма орієнтує на нероздільне їх вивчення.

Коли учні додають числа, наприклад: $2+5=7$, то зміст знака рівності якісно змінюється — предмети, які додаємо, мають бути однорідними. Отже, знак рівності вже при першій математичній операції додавання враховує якісну визначеність одиничного. Так само при виконанні дій множення і ділення над числами якісний зміст знака рівності знову збагачується (розумінням множення і ділення як на вміщення, і як відношення). Якщо учень не усвідомлює, а ми не допомагаємо йому усвідомити цих якісних змін знака рівності, то навіть добре запам'ятовувані ним правила дій та їх властивостей, яких чимало в посібнику, не дають належних наслідків, він перетворюється у механічного виконавця. Такі учні розуміють всі записи виду: $2+7=9$, $2\cdot5=10$, $a^2+b^2=c^2$, $7\%=1$, $F_1\cong F_2$, так само, як і запис $a=a$, тобто тавтологічно, для них знак рівності є індеферентним, застиглим символом, який не виражає ніякого відношення до чогось іншого.

Відношення рівності тим змістовніше в математично-науковому смислі, чим більше явних відмінностей воно виражає (зв'язує, припускає) і охоплює. Зайве говорити про нерівність, не вказуючи її меж, тобто не окреслюючи того предметного змісту, на якому виявляється ця нерівність. Саме тому в новій програмі майже в усіх класах знаки $=$, $>$, $<$ вивчаються одночасно у певних зв'язках і логічних залежностях.

Яскравим прикладом змісту знака рівності як межі є запис лінійного рівняння виду $ax+by=c$, що може, як відомо, тлумачитись геометрично у вигляді образу прямої, розміщеної на координатній площині. Ця пряма поділяє площину на дві відкриті півплощини, а сама вона є множиною усіх точок площини, координати яких задовольняють тотожність $ax+by+c=0$. Водночас ця пряма є межею між усіма точками площин, координати яких перетворюють тотожність у нерівності виду: $ax+by+c<0$, $ax+by+c>0$. Звідси випливає, що зазначені точки належать різним півплощинам. Коли ж пряма, про яку йде мова, є віссю симетрії, то побудова точки A^1, симетричної до даної точки A відносно даної осі, зводиться до зміни знаків координат цієї точки. У найпростішому випадку, коли прийняти за вісь симетрії вісь абсцис, то точка $A(x, y)$ буде симетричною точці $A^1(x, -y)$; аналогічно відносно осі ординат взаємно симетричними будуть точки $B(x, y)$ і $B^1(-x, y)$. Відношення між двома взаємно симетричними точками теж виражається і записується за допомогою знака рівності, а саме: $Sox(A)=A^1$, $Soy(B)=B^1$.

Зміст знака рівності в такому записі відмінний від усіх тих, про які йшла мова у попередніх прикладах. Тут здійснюється ототожнення об'єктів (точок площини) через властивість осьової симетрії як ізометричного перетворення. В аналогічному розумінні вживається знак рівності при переміщеннях: паралельному перенесенні $Pa(AB)=A^1B^1$ та обертанні навколо точки $O: R_0^{\alpha}(F)=F^1$.

Прирівнювання і ототожнення фігур взагалі у нових посібниках з геометрії здійснюється в межах певної системи ізометричних або ізоморфних перетворень. Це означає, що рівність і тотожність фігур розуміється як особливий вид зв'язку між ними, а не як відмінність властивостей, тому прирівнювання або ототожнення здійснюється за допомогою переміщення (ізометрія) або гомотетичного перетворення (ізоморфія), а не порівняння властивостей фігур.

Геометричний зміст ототожнення фігур у діалектичній логіці має назву конкретної тотожності, тобто тотожності, яка припускає або містить в собі розрізнення, на відміну від абстрактної, формальної тотожності, яку вживають переважно в арифметиці та алгебрі й розуміють як нерозрізнюваність. Прикладом формальної тотожності є відношення еквівалентності, яке містить, відображає властивості рефлективності, симетрії і транзитивності між об'єктами.

Застосування категорії одиничного, особливого і загального в процесі вивчення шкільного курсу математики допомагає учням здійснювати мислительну діяльність як перехід від окремого через особливе до загального, так і підняття від абстрактного до конкретного, до практичного використання загального для розв'язування конкретних задач. Розглядаючи, наприклад, гомотетичність двох фігур, вони мислено встановлюють особливе — ізометричність відповідних кутів і пропорційність лінійних елементів і приходять до загального означення поняття про перетворення, гомотетію. А потім використовують це абстрактне поняття про гомотетію для розв'язування конкретної задачі або класу задач.

Підсумовуючи розгляд деяких напрямків, шляхів, методів та засобів, які сприяють успішному формуванню в учнів діалектико-матеріалістичного світогляду в процесі вивчення математики, можна виділити два аспекти організації мислительної діяльності учнів, які, по суті, відрізняються лише масштабами, але не структурою. Перший — навчати учнів мислити категоріями формальної і діалектичної логіки: це можна здійснити лише за умови істотних змін і переробок в організації всього навчального матеріалу (побудови його як у посібниках для учнів, так і в методиках для вчителів на засадах категорій діалектики). Другий — щоденно, систематично, на кожному уроці вчити учнів уміння бачити суперечності і знаходити способи їх розв'язання, тобто вчити діалектики.

Роль вчителя у формуванні наукового світогляду учнів

Ф. М. ЖУРАВЛЬОВ
(Вінницький політехнічний інститут)

Науковий світогляд учнів формується в процесі вивчення предметів гуманітарного і природничого циклів, діалектичної єдності міжпредметних і внутріпредметних зв'язків. Міжпредметні зв'язки — це не тільки зв'язки між предметами, що вивчаються, а й така злагоджена робота вчительського колективу в навчальному процесі, яка ефективно впливає на підвищення ролі кожного педагога, зокрема у формуванні наукового світогляду учнів, у тому числі й вечірніх шкіл робітничої молоді.

Кращі вчителі цих шкіл м. Вінниці проводять заняття на уроках у тісній єдності з практикою комуністичного будівництва, актуальними завданнями формування нової людини. На основі осмислення міжпредметних зв'язків вони розкривають діалектичні закономірності розвитку природи і суспільства. Це підвищує ефективність перетворення знань учнів в особисті переконання, формує їх діалектико-матеріалістичний світогляд. Наприклад, учителька хімії середньої школи робітничої молоді № 35 С. Д. Маріщук, вивчаючи на уроці періодичну систему Д. І. Менделєєва, використовує знання учнів із суспільствознавства. Учні переконуються в тому, що періодична система на основі діалектичних законів дає можливість передбачити існування нових елементів у природі, що підтверджує марксистсько-ленінську теорію пізнання світу. А при вивченні будови атомного ядра вона використовує знання учнів з фізики.

Отже, міжпредметні зв'язки збагачують рівень наукового змісту уроку, його ефективність у перетворенні знань в особисті переконання учнів, що також підвищує роль учителя у формуванні наукового світогляду учнів шкіл робітничої молоді.